Al-Khowarizmi, *Algebra*

L'opera algebrica di Muhammed ben Musa al-Khowarizmi, vissuto a Bagdad nel secolo IX, rivela un 'orientamento metodologico' ancora a fondamento geometrico - come gia' nella cosiddetta "algebra geometrica" dei Greci - e una 'procedura metodologica' di tipo retorico, anch'essa come nella tradizione dimostrativa greca.

Legittimazione geometrica dell'algebra

Nella prima metà del secolo IX fiorì a Bagdad all'epoca del califfo Al-Mamun un grandissimo matematico, il cui nome passò col tempo a significare semplicemente ogni procedimento di calcolo. Vogliamo parlare di Muhammed ben Musa Al-Kowarizmi.

Egli fornì alla tradizione algebrica un'opera che non solo fu tenuta in gran considerazione dagli Arabi, ma esercitò anche una grande influenza sulla matematica occidentale attraverso le traduzioni latine del XII secolo.

La tradizione geometrica greca — sommamente considerata anche in ambiente arabo — impose anche all'algebra, se voleva presentarsi con le carte in regola dal punto di vista della scientificità e del rigore matematico come allora venivano intesi, di esibire il corrispettivo geometrico delle operazioni algebriche. Ogni formula e ogni calcolo algebrico risultavano scientificamente fondati e validi soltanto quando si poteva addurne il corrispondente significato geometrico.

Vogliamo ora mostrare un esempio del procedimento di visualizzazione geometrica del calcolo algebrico. Lo desumiamo direttamente dall'opera di Al-Kowarizmi e così avremo anche occasione di mostrare come allora tutta l'algebra venisse espressa a parole, in mancanza di abbreviazioni e naturalmente anche di simboli adeguati.

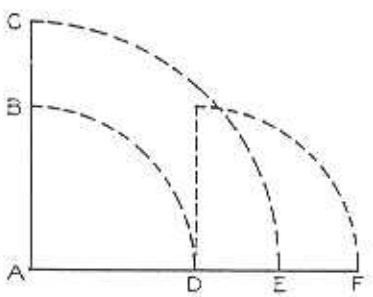
Scrive dunque Al-Kowarizmi: «Vogliamo ora spiegare come si ottiene il risultato della somma della radice di duecento meno dieci con venti meno la radice di duecento». Tradotta in simboli la questione si presenta nella forma della seguente espressione:

$$(\sqrt{200} - 10) + (20 - \sqrt{200})$$

E poi prosegue: «Il segmento AC rappresenti la radice di duecento [$AC = \sqrt{200}$] e AB valga dieci [$AB = 10$]; allora la differenza tra la radice di duecento e dieci è rappresentata dalla differenza tra i segmenti AC e AB, cioè dal segmento BC [$\sqrt{200} - 10 = AC - AB = BC$].

Si tracci ora il segmento AF uguale a 20 [$AF = 20$], esso sarà dunque doppio di AB che vale dieci. Si prenda poi un segmento AE uguale ad AC, che è la radice di duecento [$AE = AC = \sqrt{200}$].

La differenza tra venti e radice di duecento sarà rappresentata allora dal segmento: EF [$20 - \sqrt{200} = AF - AE = EF$].



Abbiamo detto che ciò che rimane della radice di duecento dopo la sottrazione di dieci, cioè il segmento BC, deve essere aggiunto alla differenza tra venti e la radice di duecento, cioè il segmento EF [$(\sqrt{200} - 10) + (20 - \sqrt{200}) = BC + EF$].

Per costruzione abbiamo che AC è uguale ad AE, che AB è uguale ad AD e che BC è uguale a DE.

Togliendo dunque da AF, che vale venti, il segmento AD, che vale dieci, si ottiene il segmento DF che vale dieci [$AF - AD = DF = 10$].

Ma il segmento DF, che vale dieci, è uguale a DE più EF, cioè appunto alla somma della radice di duecento meno dieci con venti meno la radice di duecento [$DF = DE + EF = (\sqrt{200} - 10) + (20 - \sqrt{200}) = 10$]. Ciò che volevamo dimostrare».

Un procedimento standardizzato

Nella medesima opera algebrica di Al-Kowarizmi troviamo diversi esempi di risoluzione di problemi algebrici, che rivelano l'uso di un procedimento standardizzato, quasi ritualistico: come abbiamo già avuto modo di vedere nello schema dimostrativo dei teoremi di Euclide.

Intendiamo anche qui esporre un esempio di tale paradigma, indicandone i passi successivi.

a) *Problema.* «Ho diviso dieci in due parti e una delle due parti nell'altra: il quoziente fu quattro».

b) *Posizione.* «Supponi che una delle due parti sia l'incognita [x], allora l'altra sarà uguale a dieci meno l'incognita [$10 - x$]».

c) *Messa in equazione.* «Dividi dieci meno l'incognita per l'incognita stessa, così da ottenere quattro $\frac{10 - x}{x} = 4$. Sai che se moltiplichi il quoziente per il divisore trovi il dividendo. In questo problema il quoziente è il quattro e il divisore l'incognita. Moltiplica dunque quattro per l'incognita e avrai che quattro volte l'incognita eguagliano il dividendo, che è dieci meno l'incognita: [$4x = 10 - x$]».

d) *Trasporto e riduzione.* «Trasporta [$4x + x = 10$] e riduci [$5x = 10$]: hai cinque volte l'incognita uguale a dieci».

e) *Soluzione.* «L'incognita è dunque uguale a due [$x = \frac{10}{5} = 2$]».

Vogliamo osservare che la terminologia da noi usata nella traduzione è stata ammodernizzata per semplificare la lettura. Ma nel Medioevo il termine che serviva ad indicare l'incognita era quello di 'radice' o di 'cosa'.