




**elio giroletti**

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PAVIA**  
 dip. Fisica nucleare e teorica  
 via Bassi 6, 27100 Pavia, Italy  
 tel. 0382/98.7905 - girolett@unipv.it - www.unipv.it/webgiro

---

---

---

---

---

---

---

---



**MEMBRANE**  
**diffusione e filtrazione**

**FISICA MEDICA e RADIOPROTEZIONE**  
*elio giroletti, 2005*

Classe Lauree  
 di **INFERMIERISTICA e OSTETRICIA**

corso integrato  
 FISICA, STATISTICA e INFORMATICA  
 disciplina: FISICA MEDICA e RADIOPROTEZIONE

---

---

---

---

---

---

---

---

Elio GIROLETTI - Università degli Studi di Pavia, Dip. Fisica nucleare e teorica

ESCLUSIVO USO DIDATTICO INTERNO - Membrane- Diffusione + Filtrazione



**MEMBRANE**  
**la diffusione**

**FISICA MEDICA e RADIOPROTEZIONE**  
*elio giroletti, 2005*

- Moto di agitazione termica
- Diffusione libera (leggi di Fick)
- Diffusione attraverso membrane

lucidi di Domenico Scannicchio, rivisti da Elio Giroletti

---

---

---

---

---

---

---

---

**MOTO DI AGITAZIONE TERMICA**

velocità quadratica media,  $v_{rms}$   
velocità di diffusione,  $v_D$

$v_{A \rightarrow B} \equiv v_D$



$v_{rms} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

$v_{rms} \gg v_D$

aria ( $T=288^\circ\text{K}$ )  $v_{rms} \cong 500 \text{ m s}^{-1}$   $v_D \cong 1 \text{ m s}^{-1}$   
 $3600 \text{ s ora}^{-1} 500 \text{ ms}^{-1} = 3.6 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^2 \text{ m ora}^{-1} = 1800 \text{ km/ora}$

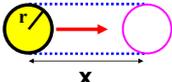
acqua ( $T=293^\circ\text{K}$ )  $v_{rms} \approx 10 \text{ m s}^{-1}$   $v_D \approx 1 \text{ mm s}^{-1}$

macromolecole (emoglobina)  $v_{rms} \approx 0,3 \text{ m s}^{-1}$  ②

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

**LIBERO CAMMINO MEDIO** ④

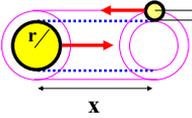
libero cammino medio  $\lambda$   $\equiv$  distanza media fra un urto e l'urto successivo



urto con molecola puntiforme

$V_x =$  volume disponibile in media per ogni particella  
 $V_M =$  volume di una mole

$$V_x = \pi r^2 \lambda = \frac{V_M}{N_0} = \frac{22,4 \text{ litri}}{N_0}$$



urto fra due molecole non puntiformi

$$V_x = \pi (r + r')^2 \lambda$$

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

Elio GIROLETTI - Università degli Studi di Pavia, Dip. Fisica nucleare e teorica

ESCLUSIVO USO DIDATTICO INTERNO - Membrane- Diffusione + Filtrazione

**LIBERO CAMMINO MEDIO** ④

$$V_x = \pi (r + r')^2 \lambda = \frac{V_M}{N_0} \rightarrow \lambda = \frac{V_M}{N_0 \pi (r + r')^2}$$

condizioni NTP:

$T=273^\circ\text{K}$  ( $0^\circ\text{C}$ )  $p = 1 \text{ atm}$   $V_M = 22,4 \text{ litri}$   
 molecola  $\text{N}_2, \text{O}_2$   $r = r' \approx 1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$

$$\lambda = \frac{22,4 \cdot 10^3 \text{ cm}^3}{6 \cdot 10^{23} \cdot 3,14 (2 \cdot 10^{-8})^2 \text{ cm}^2} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 0,2 \text{ }\mu\text{m}$$

$$t_c = \frac{\lambda}{v_{rms}} = \frac{2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}}{5 \cdot 10^4 \text{ cm s}^{-1}} = 4 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

$$\frac{1}{t_c} = 2,5 \cdot 10^9 \text{ collisioni/secondo}$$

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione



**MECCANISMI DI TRASPORTO**

**MECCANISMI PASSIVI** (leggi fisiche)

- gradiente di temperatura non agisce  
sistema biologico: isoterma ( $T \approx \text{costante}$ )  $\Delta T \approx 0$
- **gradiente di concentrazione**  
(diffusione, agitazione termica)
- gradiente di pressione idraulica (filtrazione)
- gradiente di pressione osmotica (osmosi)
- gradiente di potenziale elettrico (campo elettrico)

**MECCANISMI ATTIVI** (processi biochimici)

- pompa sodio-potassio

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

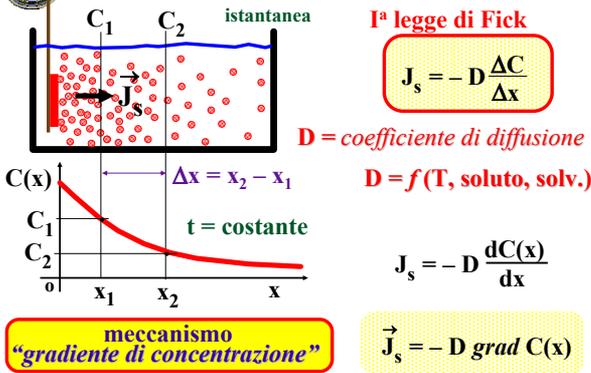
---

---

---



**I<sup>a</sup> LEGGE DI FICK**



CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

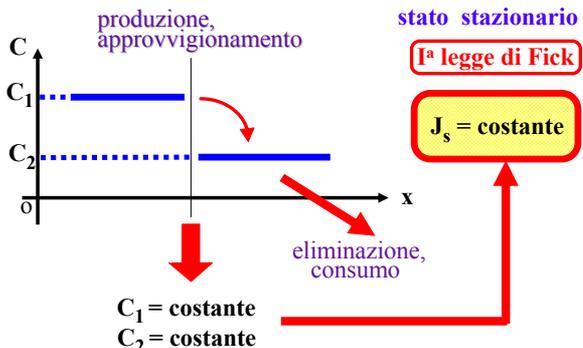
---

Elio GIROLETTI - Università degli Studi di Pavia, Dip. Fisica nucleare e teorica

ESCLUSIVO USO DIDATTICO INTERNO - Membrane- Diffusione + Filtrazione



**LEGGI DI FICK E STATO STAZIONARIO**



CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---

**DIFFUSIONE ATTRAVERSO MEMBRANE**

**SOLUZIONI**

COMPARTIMENTO 1  $C_1$  COMPARTIMENTO 2  $C_2$

$\alpha$   $\Delta x$   $J_{sM}$

**1<sup>a</sup> legge di Fick**

$J_{sM} = -D_M \alpha \frac{\Delta C}{\Delta x} = -P \Delta C$        $P = \frac{\alpha D_M}{\Delta x}$

$D_M$  = coefficiente di diffusione attraverso la membrana  
**P** = permeabilità di membrana  
 $\alpha$  = coefficiente di partizione (area aperta/totale)      ①

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---

**DIFFUSIONE ATTRAVERSO MEMBRANE**

**SOLUZIONI**

Le proprietà diffusive entro la membrana sono diverse da quelle all'esterno. Anche questo effetto rientra nel coefficiente di hindrance,  $\epsilon$

$C_1$   $\alpha$   $\Delta x$   $C_2$   $J_{sM}$   $\Delta x$

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---

Elio GIROLETTI - Università degli Studi di Pavia, Dip. Fisica nucleare e teorica

ESCLUSIVO USO DIDATTICO INTERNO - Membrane- Diffusione + Filtrazione

**DIFFUSIONE ATTRAVERSO MEMBRANE**

$D_M < D$  libera

$\epsilon$  = coefficiente di **hindrance**

$\epsilon = \frac{D_M}{D} < 1 \rightarrow D_M = \epsilon D$   
 rappresenta l'efficienza della membrana

- dimensioni finite soluto
- urti molecole soluto con pareti del poro

$P = \frac{\alpha D_M}{\Delta x} = \frac{\alpha \epsilon D}{\Delta x} = \frac{n \pi R^2 \epsilon D}{\Delta x}$

*considerazioni*  
 $\epsilon$  rappresenta la riduzione del coeff. diffusione per gli urti entro i pori della membrana

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---



## DIFFUSIONE ATTRAVERSO MEMBRANE

- assenza di membrana:  $\alpha = 1$   $\varepsilon = 1$   
(diffusione libera)

$$J_s = -D \frac{\Delta C}{\Delta x}$$

- presenza di membrana:  $\alpha < 1$   $\varepsilon < 1$

$$J_{sM} = -n \pi R^2 \varepsilon D \frac{\Delta C}{\Delta x} = -\alpha \varepsilon D \frac{\Delta C}{\Delta x} = -P \Delta C$$

$$J_{sM} = -P \Delta C$$

④

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---



## DIFFUSIONE ATTRAVERSO MEMBRANE

calcolo della densità superficiale di pori

$$P = \frac{n \pi R^2 \varepsilon D}{\Delta x} \rightarrow n = \frac{P \Delta x}{\pi R^2 \varepsilon D}$$

$$\Delta x = 50 \mu\text{m} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

$$R = 66 \text{ \AA} = 6,6 \cdot 10^{-7} \text{ cm} \quad (\text{система C.G.S.})$$

$$\varepsilon = 0,86$$

$$D = 13,8 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \quad \text{urea}$$

$$P = 7,09 \cdot 10^{-4} \text{ cm s}^{-1}$$

$$n = \frac{7,09 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3,14 (66 \cdot 10^{-8})^2 \cdot 0,86 \cdot 13,8 \cdot 10^{-6}} = 2,2 \cdot 10^{11} \frac{\text{pori}}{\text{cm}^2}$$

⑤

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---

Elio GIROLETTI - Università degli Studi di Pavia, Dip. Fisica nucleare e teorica

ESCLUSIVO USO DIDATTICO INTERNO - Membrane- Diffusione + Filtrazione

## MEMBRANE la filtrazione



FISICA MEDICA e RADIOPROTEZIONE  
elio giroletti, 2005

- Filtrazione
- Diffusione e filtrazione
- Quadro riassuntivo

---

---

---

---

---

---

---

---



## MECCANISMI DI TRASPORTO

### MECCANISMI PASSIVI (leggi fisiche)

- gradiente di temperatura non agisce  
sistema biologico: isoterma ( $T \cong$  costante)  $\Delta T \cong 0^\circ$
- gradiente di concentrazione  
(diffusione, agitazione termica)
- **gradiente di pressione idraulica** (filtrazione)
- gradiente di pressione osmotica (osmosi)
- gradiente di potenziale elettrico (campo elettrico)

### MECCANISMI ATTIVI

- pompa sodio-potassio
- processi biochimici,  
importanti in membr. cellulari

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

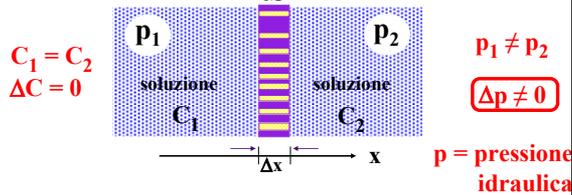
---

---



## FILTRAZIONE

COMPARTIMENTO 1      M      COMPARTIMENTO 2



- poro membrana  $\equiv$  condotto
  - regime laminare<sup>(\*)</sup>:  $Q = - \frac{\pi R^4}{8\eta \Delta x} \Delta p$        $n = \frac{N}{A}$
- $J_{VM} = n Q = - \frac{n \pi R^4}{8\eta \Delta x} \Delta p = - L_p \Delta p$

(\*) Poiseuille

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

Elio GIROLETTI - Università degli Studi di Pavia, Dip. Fisica nucleare e teorica

ESCLUSIVO USO DIDATTICO INTERNO - Membrane- Diffusione + Filtrazione

---

---

---

---

---

---

---

---



## FILTRAZIONE

$p =$  pressione idraulica

$\Delta p \neq 0$

Flusso globale della soluzione (soluto + solvente)

$$J_{VM} = n Q = - \frac{n \pi R^4}{8\eta \Delta x} \Delta p = - L_p \Delta p$$

$L_p =$  coefficiente di filtrazione (cm s<sup>-1</sup> atm<sup>-1</sup>)

$$J_{VM} = L_p \Delta x \text{ grad} p$$

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---

**DIFFUSIONE E FILTRAZIONE**

COMPARTIMENTO 1

$p_1$

soluzione

$C_1$

M

COMPARTIMENTO 2

$p_2$

soluzione

$C_2$

$\xrightarrow{+|\Delta x|} x$

concentrazione media nella membrana:

$C_M(x) = \alpha \frac{C_1 + C_2}{2}$

$J_{VM} = -\frac{n \pi R^4}{8 \eta \Delta x} \Delta p = -L_p \Delta p$

$J_{sMt} = J_{sM} + C_M(x) \varepsilon J_{VM} = -P \Delta C - C_M(x) \varepsilon L_p \Delta p =$   
 $= -P \Delta C - \alpha \frac{C_1 + C_2}{2} \varepsilon L_p \Delta p$  → soluto che va con la soluzione

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---

**QUADRO RIASSUNTIVO MEMBRANE E MECCANISMI DI TRASPORTO**

sistemi biologici

- 1 cm<sup>3</sup> soluzione biologica contiene :
  - ≈ 3·10<sup>22</sup> molecole di solvente
  - ≈ < 10<sup>20</sup> molecole di soluti
- raggio molecole ≈ 1 Å ÷ > 10 Å
- urti molecole: ogni molecola subisce ≈ 2,5·10<sup>9</sup> urti al secondo
- numero pori ≈ 2,2·10<sup>11</sup> al cm<sup>2</sup> di membrana
- raggio pori ≈ 5 Å (membrane cellulari)  
≈ 50 Å (membrana capillare)
- area membrane ≈ 100 ÷ 1000 m<sup>2</sup>

■ meccanismo grad C, diffusione  
 ■ meccanismo grad p, filtrazione

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---

Elio GIROLETTI - Università degli Studi di Pavia, Dip. Fisica nucleare e teorica

ESCLUSIVO USO DIDATTICO INTERNO - Membrane- Diffusione + Filtrazione

**MECCANISMI DI TRASPORTO PASSIVO**

$J_{siM} = -P_i \Delta C_i - C_{iM} (1 - \phi_i) L_p \Delta p$

↓  
 diffusione (grad C)    osmosi (grad π)  
 filtrazione (grad p)    campo elettrico (grad V)

$J_{VM} = -L_p \Delta p + \sum_i L_p \phi_i \Delta \pi$

- $\phi_i + \varepsilon_i = 1$      $\phi_i$  = coefficiente di riflessione soluto i-esimo
- $P_i = \frac{\alpha}{\Delta x} \varepsilon_i D_i = \frac{n \pi R^2}{\Delta x} \varepsilon_i D_i$  = coeff. permeabilità
- $C_M = \alpha \frac{1}{2} (C_1 + C_2)$  = concentrazione media nella membrana
- coefficiente di filtrazione  $L_p = \frac{n \pi R^4}{8 \eta \Delta x}$

**i = 1, 2, ... soluti diversi!!!**

CL-INF/OST - MEMBRANE - Diffusione

---

---

---

---

---

---

---

---

# MEMBRANE



**FISICA MEDICA e RADIOPROTEZIONE**  
*elio giroletti 2005*

dispense su internet

[www.unipv.it/webgiro](http://www.unipv.it/webgiro)

*elio giroletti*

Università degli Studi di Pavia  
dip. Fisica nucleare e teorica  
girolett@unipv.it - tel. 98.7905



---

---

---

---

---

---

---

---

Elio GIROLETTI - Università degli Studi di Pavia, Dip. Fisica nucleare e teorica

ESCLUSIVO USO DIDATTICO INTERNO - Membrane- Diffusione + Filtrazione